

# Іванченко Д. В., Кадигроб С.В.

(Національний технічний університет України «КПІ ім. І. Сікорського», м. Київ)

## ВПЛИВ ТЕМПЕРАТУРИ, ЧАСУ ВИТРИМКИ ТА ВМІСТУ ТЕТРАФТОРИДУ ЦИРКОНІЮ НА МІЦНІСТЬ ТА ВІДНОСНЕ ПОДОВЖЕННЯ АЛЮМІНІЄВО-КРЕМНІЄВОГО ЛИВАРНОГО СПЛАВУ ТИПУ АК5М

### Анотація

Розробка та реалізація повного факторного експерименту для визначення оптимальної кількості модифікатора, часу витримки та температури розплаву алюмінієво-кремнієвого сплаву типу АК5М при його отриманні

Для визначення впливу температури, часу витримки та кількості модифікатора на міцність та відносне подовження алюмінієво-кремнієвого ливарного сплаву АК5М було розроблено повний факторний експеримент виду 23. Прийнято позначення факторів:

Кількість фториду цирконію, що вводимо у розплав:  $x_1=1,7\dots 2,5\%$ ;

Температура розплаву:  $x_2=700\dots 900^\circ\text{C}$ ;

Час витримки:  $x_3=5\dots 15$  хв.;

У якості відгуків прийняті наступні позначення:

Тимчасовий опір розриву  $y_1$ , МПа

Відносне подовження  $y_2$ , %

Кількість NaF прийнято 40 мол. % від кількості тетрафториду цирконію у всіх випадках для забезпечення необхідності отримання мінімально можливої температури плавлення флюсу, що наносився на поверхню розплаву, та необхідності утворення у розплаві сполуки  $\text{Na}_2\text{ZrF}_6$ .

Досліджується сплав АК5М після термічної обробки Т1 та Т5.

Вихідні дані повного факторного експерименту після термічної обробки Т1 приведемо в табл. 1.

Таблиця 1 - Вихідні дані ПФЕ після Т1

Номер досліджу	Кількість модифікатора, %	Температура витримки, °С	Час витримки, хв.	Міцність, МПа
1	1,7	700	5	260,90
2	2,5	700	5	258,33
3	1,7	900	5	205,18
4	2,5	900	5	243,45
5	1,7	700	15	247,31
6	2,5	700	15	263,84
7	1,7	900	15	254,71

Таблиця 2 - Матриця 23

№ досліджу	x0	x1	x2	x3	x1x2	x1x3	x2x3	x1x2x3	y
1	+	-	-	-	+	+	+	-	260,90
2	+	-	+	-	-	+	-	+	258,33
3	+	+	+	-	+	-	-	-	205,18
4	+	+	-	-	-	-	+	+	243,45
5	+	-	-	+	+	-	-	+	247,31
6	+	-	+	+	-	-	+	-	263,84
7	+	+	+	+	+	+	+	+	254,71
8	+	+	-	+	-	+	-	-	195,35

Проводимо обчислення коефіцієнтів лінійної моделі. Складемо матрицю повного факторного експерименту з урахуванням ефекту взаємодії (табл. 2).

Отже поліном має вигляд:

$$y = 241,14 - 16,46x_1 + 4,38x_2 - 0,83x_3 + 0,89x_1x_2 + 1,19x_1x_3 + 14,59x_2x_3 + 9,82x_1x_2x_3$$

Для кожного рядка матриці планування обчислюємо дисперсію досліджу:

$$S_1^2 = \frac{(248,54 - 260,90)^2 + (273,26 - 260,90)^2}{2} = 152,85 ;$$

$$S_2^2 = \frac{(239,98 - 258,33)^2 + (276,69 - 258,33)^2}{2} = 336,83 ;$$

$$S_3^2 = \frac{(208,60 - 205,18)^2 + (201,76 - 205,18)^2}{2} = 11,69 ;$$

$$S_4^2 = 0 ;$$

$$S_5^2 = \frac{(229,37 - 247,31)^2 + (265,26 - 247,31)^2}{2} = 322,01 ;$$

$$S_6^2 = \frac{(260,65 - 263,84)^2 + (267,03 - 263,84)^2}{2} = 10,18 ;$$

$$S_7^2 = \frac{(264,02 - 254,71)^2 + (245,41 - 254,71)^2}{2} = 86,59 ;$$

$$S_8^2 = \frac{(182,18 - 195,35)^2 + (208,52 - 195,35)^2}{2} = 173,48 ;$$

Коли кількість повторних дослідів у кожному рядку однакова, однорідність дисперсій перевіряємо критерієм Кохрена, який є відношенням максимальної дисперсії до суми всіх дисперсій, тобто:

$$G_{f_1, f_2}^p = \frac{336,83}{152,85 + 336,83 + 11,69 + 322,01 + 10,18 + 86,59 + 173,48} = 0,308$$

$$b_0 = \frac{260,9 + 258,33 + 205,18 + 243,45 + 247,31 + 263,84 + 254,71 + 195,35}{8} = 241,14 ;$$

$$b_1 = \frac{-260,9 - 258,33 + 205,18 + 243,45 - 247,31 - 263,84 + 254,71 + 195,35}{8} = -16,46 ;$$

$$b_2 = \frac{-260,9 + 258,33 + 205,18 - 243,45 - 247,31 + 263,84 + 254,71 - 195,35}{8} = 4,38 ;$$

$$b_3 = \frac{-260,9 - 258,33 - 205,18 - 243,45 + 247,31 + 263,84 + 254,71 + 195,35}{8} = -0,83 ;$$

$$b_{12} = \frac{260,9 - 258,33 + 205,18 - 243,45 + 247,31 - 263,84 + 254,71 - 195,35}{8} = 0,89 ;$$

$$b_{13} = \frac{260,9 + 258,33 - 205,18 - 243,45 - 247,31 - 263,84 + 254,71 + 195,35}{8} = 1,19 ;$$

$$b_{23} = \frac{260,9 - 258,33 - 205,18 + 243,45 - 247,31 + 263,84 + 254,71 - 195,35}{8} = 14,59 ;$$

$$b_{123} = \frac{-260,9 + 258,33 - 205,18 + 243,45 + 247,31 - 263,84 + 254,71 - 195,35}{8} = 9,82 ;$$

Табличне значення для  $f_2 = N = 8$  та  $f_1 = n - 1 = 1$   $G = 0,679$ .

Якщо розраховане значення критерію Кохрена не перевищує табличного, то для заданого рівня значущості  $\alpha = 0,05$  дисперсії є однорідними і їх можна усереднювати. Тоді дисперсія параметра оптимізації знаходиться за формулою:

$$S^2\{y\} = \frac{152,85 + 336,83 + 11,69 + 322,01 + 10,18 + 86,59 + 173,48}{8} = 136,70$$

Число ступенів вільності цієї дисперсії  $f_1 = N(n-1) = 16$

Перевірку значущості коефіцієнтів регресії здійснюємо побудовою довірчих інтервалів. Для випадку, коли досліди матриці планування повторювались, дисперсія коефіцієнтів рівняння регресії буде обчислена за формулою:

$$S^2\{b_j\} = \frac{136,70}{8 * 3} = 5,96 ;$$

А довірчий інтервал буде розрахований за формулою:

$$\Delta b_j = 4,3 * \sqrt{5,96} = 10,50 ;$$

Коефіцієнти рівняння регресії вважаються значимими, якщо їх абсолютне значення більше за довірчий інтервал. Звідси бачимо, що в нас значимі коефіцієнти тільки b0, b1, b23. Отже рівняння регресії має наступний вигляд:

$$y = 241,14 - 16,46x_1 + 14,59x_2x_3$$

Вихідні дані повного факторного експерименту при дослідженні відносного подовження приведено в таблиці 3.

**Таблиця 3 - Вихідні дані ПФЕ після T1**

Номер досліджу	Кількість модифікатора, %	Температура витримки, ОС	Час витримки, хв.	Відносне видовження, %
1	1,7	700	5	3,67
2	2,5	700	5	3,75
3	1,7	900	5	2,08
4	2,5	900	5	4,33
5	1,7	700	15	1,83
6	2,5	700	15	1,83
7	1,7	900	15	3,58
8	2,5	900	15	3,50

Проводимо обчислення коефіцієнтів лінійної моделі. Складемо матрицю повного факторного експерименту з урахуванням ефекту взаємодії (табл. 4).

**Таблиця 4 - Матриця 23 з ефектом взаємодії**

№ досліджу	x0	x1	x2	x3	x1x2	x1x3	x2x3	x1x2x3	y
1	+	-	-	-	+	+	+	-	3,67
2	+	-	+	-	-	+	-	+	3,75
3	+	+	+	-	+	-	-	-	2,08
4	+	+	-	-	-	-	+	+	4,33
5	+	-	-	+	+	-	-	+	1,83
6	+	-	+	+	-	-	+	-	1,83
7	+	+	+	+	+	+	+	+	3,58
8	+	+	-	+	-	+	-	-	3,50

Отже поліном має вигляд:

$$y = 3,07 + 0,30x_1 - 0,26x_2 - 0,39x_3 - 0,28x_1x_2 + 0,55x_1x_3 + 0,28x_2x_3 + 0,30x_1x_2x_3$$

Для кожного рядка матриці планування обчислюємо дисперсію досліджу.

$$S_1^2 = 0 ;$$

$$S_2^2 = \frac{(3,50 - 3,75)^2 + (4,00 - 3,75)^2}{2} = 0,0625 ;$$

$$S_3^2 = \frac{(1,50 - 2,08)^2 + (2,67 - 2,08)^2}{2} = 0,3402 ;$$

$$S_4^2 = 0 ; S_5^2 = 0 ; S_6^2 = 0 ;$$

$$S_7^2 = \frac{(3,50 - 3,58)^2 + (3,67 - 3,58)^2}{2} = 0,0069 ;$$

$$S_8^2 = \frac{(2,83 - 3,50)^2 + (4,17 - 3,50)^2}{2} = 0,4444 ;$$

Коли кількість повторних дослідів у кожному рядку однакова, однорідність дисперсій перевіряємо критерієм Кохрена, який є відношенням максимальної дисперсії до суми всіх дисперсій:

$$G_{f_1, f_2}^p = \frac{0,4444}{0,0625 + 0,3402 + 0,0069 + 0,4444} = 0,5203$$

Якщо розраховане значення критерію Кохрена не перевищує табличного, то для заданого рівня значущості  $\alpha = 0,05$  дисперсії є однорідними і їх можна усереднювати. Тоді дисперсія параметра оптимізації знаходиться за формулою:

$$S^2\{y\} = \frac{0,0625 + 0,3402 + 0,0069 + 0,4444}{8} = 0,1067$$

Число ступенів вільності цієї дисперсії  $f_1 = N(n-1) = 16$ .

Перевірку значущості коефіцієнтів регресії здійснюємо побудовою довірчих інтервалів. Для випадку, коли досліді матриці планування повторювались, дисперсія коефіцієнтів рівняння регресії буде обчислена за формулою:

$$S^2\{b_j\} = \frac{0,1067}{8 * 3} = 0,0044 ;$$

А довірчий інтервал буде розрахований за формулою:

$$\Delta b_j = 4,3 * \sqrt{0,0044} = 0,29 ;$$

Коефіцієнти рівняння регресії вважаються значимими, якщо їх абсолютне значення більше за довірчий інтервал. Отже рівняння регресії має наступний вигляд:

$$y = 3,07 + 0,30x_1 - 0,39x_3 + 0,55x_1x_3 + 0,30x_1x_2x_3$$

$$b_0 = \frac{3,67 + 3,75 + 2,08 + 4,33 + 1,83 + 1,83 + 3,58 + 3,50}{8} = 3,07 ;$$

$$b_1 = \frac{-3,67 - 3,75 + 2,08 + 4,33 - 1,83 - 1,83 + 3,58 + 3,50}{8} = 0,30 ;$$

$$b_2 = \frac{-3,67 + 3,75 + 2,08 - 4,33 - 1,83 + 1,83 + 3,58 - 3,50}{8} = -0,26 ;$$

$$b_3 = \frac{-3,67 - 3,75 - 2,08 - 4,33 + 1,83 + 1,83 + 3,58 + 3,50}{8} = -0,39 ;$$

$$b_{12} = (+3,67 - 3,75 + 2,08 - 4,33 + 1,83 - 1,83 + 3,58 - 3,50)/8 = -0,28 ;$$

$$b_{13} = \frac{+3,67 + 3,75 - 2,08 - 4,33 - 1,83 - 1,83 + 3,58 + 3,50}{8} = 0,55 ;$$

$$b_{23} = (+3,67 - 3,75 - 2,08 + 4,33 - 1,83 + 1,83 + 3,58 - 3,50)/8 = 0,28 ;$$

$$b_{123} = (-3,67 + 3,75 - 2,08 + 4,33 + 1,83 - 1,83 + 3,58 - 3,50)/8 = 0,30 ;$$

Вихідні дані повного факторного експерименту після термічної обробки T5 приведемо в табл. 5.

**Таблиця 5 - Вихідні дані ПФЕ після T5**

Номер досліджу	Кількість модифікатора, %	Температура витримки, ОС	Час витримки, хв.	Міцність, МПа
1	1,7	700	5	362,3
2	2,5	700	5	333,8
3	1,7	900	5	297,8
4	2,5	900	5	270,1
5	1,7	700	15	338,9
6	2,5	700	15	326,2
7	1,7	900	15	332,9
8	2,5	900	15	245,3

Проводимо обчислення коефіцієнтів лінійної моделі. Складемо матрицю повного факторного експерименту з урахуванням ефекту взаємодії (табл. 6).

**Таблиця 6 - Матриця 23**

№ досліджу	x0	x1	x2	x3	x1x2	x1x3	x2x3	x1x2x3	y
1	+	-	-	-	+	+	+	-	362,2
2	+	-	+	-	-	+	-	+	333,8
3	+	+	+	-	+	-	-	-	297,8
4	+	+	-	-	-	-	+	+	270,1
5	+	-	-	+	+	-	-	+	338,9
6	+	-	+	+	-	-	+	-	326,2
7	+	+	+	+	+	+	+	+	332,9
8	+	+	-	+	-	+	-	-	245,3

Отже поліном має вигляд:

$$y = 313,4 - 26,9x_1 + 9,3x_2 - 2,6x_3 + 19,6x_1x_2 + 5,2x_1x_3 + 9,5x_2x_3 + 5,5x_1x_2x_3$$

Для кожного рядка матриці планування обчислюємо дисперсію досліджу:



$$\begin{aligned}
S_1^2 &= \frac{(351,9 - 362,2)^2 + (372,6 - 362,2)^2}{2} = 106,7 ; \\
S_2^2 &= \frac{(335,5 - 333,8)^2 + (332,1 - 333,8)^2}{2} = 2,96 ; \\
S_3^2 &= \frac{(303,1 - 297,8)^2 + (292,6 - 297,8)^2}{2} = 27,7 ; \\
S_4^2 &= \frac{(272,7 - 270,1)^2 + (267,6 - 270,1)^2}{2} = 6,4 ; \\
S_5^2 &= \frac{(336,9 - 338,9)^2 + (340,9 - 338,9)^2}{2} = 3,94 ; \\
S_6^2 &= \frac{(326,9 - 326,2)^2 + (325,2 - 326,2)^2}{2} = 0,36 ; \\
S_7^2 &= \frac{(335,7 - 332,9)^2 + (330 - 332,9)^2}{2} = 8,13 ; \\
S_8^2 &= 0 ;
\end{aligned}$$

$$b_0 = \frac{362,2 + 333,8 + 297,8 + 270,1 + 338,9 + 326,2 + 332,9 + 245,3}{8} = 313,4 ;$$

$$b_1 = \frac{-362,2 - 333,8 + 297,8 + 270,1 - 338,9 - 326,2 + 332,9 + 245,3}{8} = -26,9 ;$$

$$b_2 = \frac{-362,2 + 333,8 + 297,8 - 270,1 - 338,9 + 326,2 + 332,9 - 245,3}{8} = 9,3 ;$$

$$b_3 = \frac{-362,2 - 333,8 - 297,8 - 270,1 + 338,9 + 326,2 + 332,9 + 245,3}{8} = -2,6 ;$$

$$b_{12} = \frac{362,2 - 333,8 + 297,8 - 270,1 + 338,9 - 326,2 + 332,9 - 245,3}{8} = 19,6 ;$$

$$b_{13} = \frac{362,2 + 333,8 - 297,8 - 270,1 - 338,9 - 326,2 + 332,9 + 245,3}{8} = 5,2 ;$$

$$b_{23} = \frac{362,2 - 333,8 - 297,8 + 270,1 - 338,9 + 326,2 + 332,9 - 245,3}{8} = 9,5 ;$$

$$b_{123} = \frac{-362,2 + 333,8 - 297,8 + 270,1 + 338,9 - 326,2 + 332,9 - 245,3}{8} = 5,5 ;$$

Коли кількість повторних дослідів у кожному рядку однакова, однорідність дисперсій перевіряємо критерієм Кохрена, який є відношенням максимальної дисперсії до суми всіх дисперсій, тобто:

$$G_{f_1, f_2}^p = \frac{106,7}{106,7 + 2,96 + 27,7 + 6,4 + 3,94 + 0,36 + 8,13} = 0,682$$

Табличне значення для  $f_2 = N = 8$  та  $f_1 = n - 1 = 1$   
 $G = 0,679$ .

Отже розраховане значення критерію Кохрена перевищує табличне, значить що наші дані не однорідні.

Це свідчить про те, що при заданих значеннях, ми не можемо оцінити зміну міцності. Для адекватної оцінки міцності потрібно змінювати базовий рівень значень або збільшувати верхнє і нижнє значення.

Вихідні дані повного факторного експерименту при дослідженні відносного подовження приведено в таблиці 7.

**Таблиця 7** - Вихідні дані ПФЕ після T5

Номер досліду	Кількість модифікатора, %	Температура витримки, °С	Час витримки, хв.	Відносне видовження, %
1	1,7	700	5	4,17
2	2,5	700	5	3,17
3	1,7	900	5	2,17
4	2,5	900	5	3,83
5	1,7	700	15	0,83
6	2,5	700	15	4,17
7	1,7	900	15	5,17
8	2,5	900	15	-

Проводимо обчислення коефіцієнтів лінійної моделі. Складемо матрицю повного факторного експерименту з урахуванням ефекту взаємодії (табл. 8).

**Таблиця 8** - Матриця 2<sup>3</sup> з ефектом взаємодії

№ досліду	x <sub>0</sub>	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>1</sub> x <sub>2</sub>	x <sub>1</sub> x <sub>3</sub>	x <sub>2</sub> x <sub>3</sub>	x <sub>1</sub> x <sub>2</sub> x <sub>3</sub>	y
1	+	-	-	-	+	+	+	-	4,17
2	+	-	+	-	-	+	-	+	3,17
3	+	+	+	-	+	-	-	-	2,17
4	+	+	-	-	-	-	+	+	3,83
5	+	-	-	+	+	-	-	+	0,83
6	+	-	+	+	-	-	+	-	4,17
7	+	+	+	+	+	+	+	+	5,17
8	+	+	-	+	-	+	-	-	-

Отже поліном має вигляд:

$$y = 3,36 - 0,17x_1 + 0,84x_2 - 0,45x_3 + 0,17x_1x_2 + 0,22x_1x_3 + 1,60x_2x_3 + 0,35x_1x_2x_3$$

Для кожного рядка матриці планування обчислюємо дисперсію досліду.

$$b_0 = \frac{4,17 + 3,17 + 2,17 + 3,83 + 0,83 + 4,17 + 5,17}{7} = 3,36 ;$$

$$b_1 = \frac{-4,17 - 3,17 + 2,17 + 3,83 - 0,83 - 4,17 + 5,17}{7} = -0,17 ;$$

$$b_2 = \frac{-4,17 + 3,17 + 2,17 - 3,83 - 0,83 + 4,17 + 5,17}{7} = 0,84 ;$$

$$b_3 = \frac{-4,17 - 3,17 - 2,17 - 3,83 + 0,83 + 4,17 + 5,17}{7} = -0,45 ;$$

$$b_{12} = (+4,17 - 3,17 + 2,17 - 3,83 + 0,83 - 4,17 + 5,17)/7 = 0,17 ;$$

$$b_{13} = \frac{+4,17 + 3,17 - 2,17 - 3,83 - 0,83 - 4,17 + 5,17}{7} = 0,22 ;$$

$$b_{23} = (+4,17 - 3,17 - 2,17 + 3,83 - 0,83 + 4,17 + 5,17)/7 = 1,60 ;$$

$$b_{123} = (-4,17 + 3,17 - 2,17 + 3,83 + 0,83 - 4,17 + 5,17)/7 = 0,36 ;$$

$$S_1^2 = \frac{(5,50 - 4,17)^2 + (2,83 - 4,17)^2}{2} = 1,7778 ;$$

$$S_2^2 = \frac{(3,50 - 3,17)^2 + (2,83 - 3,17)^2}{2} = 0,1111 ;$$

$$S_3^2 = \frac{(2,83 - 2,17)^2 + (1,50 - 2,17)^2}{2} = 0,4444 ;$$

$$S_4^2 = 0 ;$$

$$S_5^2 = 0 ;$$

$$S_6^2 = 0 ;$$

$$S_7^2 = \frac{(4,33 - 5,17)^2 + (6,00 - 5,17)^2}{2} = 0,6944 ;$$

$$S_8^2 = 0 ;$$

Коли кількість повторних дослідів у кожному рядку однакова, однорідність дисперсій перевіряємо критерієм Кохрена, який є відношенням максимальної дисперсії до суми всіх дисперсій:

$$G_{f_1, f_2}^p = \frac{1,7778}{1,7778 + 0,1111 + 0,4444 + 0,6944} = 0,5872$$

Якщо розраховане значення критерію Кохрена не перевищує табличного, то для заданого рівня значущості  $\alpha = 0,05$  дисперсії є однорідними і їх можна усереднювати. Тоді дисперсія параметра оптимізації знаходиться за формулою:

$$S^2\{y\} = \frac{1,7778 + 0,1111 + 0,4444 + 0,6944}{8} = 0,378$$

Число ступенів вільності цієї дисперсії  $f_1 = N(n-1) = 16$

Перевірку значущості коефіцієнтів регресії здійснюємо побудовою довірчих інтервалів. Для випадку, коли досліді матриці планування повторювались, дисперсія коефіцієнтів рівняння регресії буде обчислена за формулою:

$$S^2\{b_j\} = \frac{0,378}{8 * 3} = 0,016 ;$$

А довірчий інтервал буде розрахований за формулою:

$$\Delta b_j = 4,3 * \sqrt{0,016} = 0,54 ;$$

Коефіцієнти рівняння регресії вважаються значимими, якщо їх абсолютне значення більше за довірчий інтервал. Отже рівняння регресії має наступний вигляд:

$$y = 3,36 + 0,84x_2 + 1,60x_3$$

## Висновки

1. Після обробки T1:

- Тимчасовий опір розриву збільшується із збільшенням кількості фториду цирконію, що вводимо у розплав, температури розплаву та часу витримки.

- Найбільш високі показники, ( $d_v=263,8$  МПа,  $b=1,83$  %) отримано при вмісті модифікатора 2,5%, температурі 700°C та часі витримки 15 хв.

2. Після обробки T5:

- Тимчасовий опір розриву вищий в зразках модифікованих меншою кількістю фториду цирконію, нижчої температури розплаву та меншого часу витримки.

- Найбільш високі показники, ( $d_v=362,3$  МПа,  $b=4,17$  %) отримано при вмісті модифікатора 1,7%, температурі 700°C та часі витримки 5 хв.

## Література

1. К. К. Пальоха. Організація експерименту: Навчальний посібник для студентів спеціальності «Композиційні та порошкові матеріали, покриття» / – К.: ІЗМН, 1996 р. С. 136.