

Алексєєв А. Є., Березюк О. В.  
(ВНТУ, м. Вінниця)

**АПРОКСИМАЦІЯ НЕЛІНІЙНОЇ ЗАЛЕЖНОСТІ ВТРАТ РОБОЧОЇ  
РІДИНИ В ПРОЦЕСІ ЗНОСУ ГІДРОЦИЛІНДРА МЕХАНІЗМУ  
УЩІЛЬНЮВАЛЬНОЇ ПЛИТИ СМІТТЄВОЗА**

E-mail: berezyukoleg@i.ua



**АНОТАЦІЯ.** У статті розглядається актуальна проблема оцінки технічного стану гідроприводу сміттєвозів, що експлуатуються в умовах значного зносу. Об'єктом дослідження є процес втрат робочої рідини через зазори в гідроциліндрі механізму ущільнення відходів. На основі нелінійної математичної моделі динаміки гідроприводу проведено апроксимацію залежності об'ємних втрат рідини від величини зносу гідроциліндра. За допомогою методу найменших квадратів та авторського програмного забезпечення «RegAnaliz» отримано степеневу регресійну модель. Отримані результати дозволяють прогнозувати ефективність роботи пресувального механізму та визначати критичні межі зносу гідрообладнання комунальних машин.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** сміттєвоз, ущільнююча плита, гідроциліндр, знос, робоча рідина, апроксимація, регресійний аналіз.

Збирання твердих побутових відходів (ТПВ) здійснюється більше ніж 3800 спеціальними автомобілями (сміттєвозами) комунальних підприємств [1], що пов'язано із значними фінансовими витратами. Для зменшення витрат на перевезення ТПВ сміттєвозами до місця їхньої утилізації виконується технологічна операція ущільнення відходів [2–6]. Зношеність автопарку сміттєвозів комунальних підприємств складає більше 60 % [1–11].

Аналіз [12] розробок у галузі завантаження ТПВ показав, що у переважній більшості сміттєвозів ущільнення відходів здійснюється за допомогою гідравлічного приводу робочих органів [13–17], який широко застосовується зокрема у комунальних машинах [18–21].

У матеріалах робіт [22, 23] опубліковано нелінійну математичну модель динаміки гідроприводу плити для пресування ТПВ у сміттєвозі, яка враховує компресійні властивості твердих побутових відходів та дає змогу дослідити динаміку вказаного приводу, а також визначити якісні характеристики перехідних процесів під час ущільнення ТПВ.

У роботі [24] досліджено стійкість гідроприводу пресування ТПВ, побудовано структурну та еквівалентну структурну схеми гідроприводу пресування, визначено область стійкості його перехідних процесів під час пуску.

В матеріалах статті [25] досліджено вплив матеріалів напрямних плит для пресування відходів на динаміку гідроприводу. Також досліджено вплив кута нахилу плити пресування, об'єму контейнера та об'єму ТПВ у кузові на якість перехідних процесів у гідроприводі.

У роботі [26] запропоновано лінеаризовану математичну модель вібраційного гідроприводу пресування ТПВ з використанням генератора імпульсів тиску диференціальної дії, яка дала змогу отримати аналітичні залежності частоти та амплітуди від основних параметрів вказаного приводу, які можуть бути використані для виконання попередніх проектних розрахунків його параметрів.

У наукових статтях [27, 28] на основі планування багатофакторного експерименту отримано адекватну регресійну залежність тиску пресування ТПВ від основних параметрів впливу.

За допомогою проведення багатофакторного експерименту в роботі [29] отримано рівняння регресії для амплітуди, частоти та потужності вібрацій при ущільненні ТПВ.

У статті [30] запропоновано схему гідроприводу зневоднення та ущільнення ТПВ у сміттєвозі, який дає змогу забезпечити збільшення їхнього коефіцієнта ущільнення та зменшення їхньої маси, яка підлягає перевезенню, безпосередньо в місцях збору, а також здійснити попередню переробку відходів шляхом їхнього зневоднення та частково подрібнення.

Але розглянуті вище математичні моделі не враховують знос пар тертя механізму ущільнення ТПВ. Тому в статті [31] встановлено експоненціальну закономірність зміни швидкості зношування робочого гідроциліндра механізму ущільнювальної плити сміттєвоза залежно від зусилля пресування, а в роботі [32] визначено адекватну за критерієм Фішера закономірність інтенсивності зносу гідроциліндра механізму ущільнювальної плити сміттєвоза від матеріалу покриття.

У науковій статті [33] запропоновано удосконалену нелінійну математичну модель роботи гідроприводу механізму ущільнення ТПВ у сміттєвозі, яка враховує знос гідроциліндра ущільнювальної плити. Ця модель містить зокрема нелінійну залежність втрат робочої рідини на перетікання з області високого тиску в область низького тиску в процесі зносу гідроциліндра ущільнювальної плити:

$$Q_B = \sigma(p_2 - p_3) = \frac{\pi D (\delta_0 + 10^{-6} u)^3}{12 \nu \rho_{PP} l} (p_2 - p_3), \quad (1)$$

де  $Q_B$  – втрати робочої рідини на перетікання з області високого тиску в область низького тиску із урахуванням зносу гідроциліндра ущільнювальної плити, м<sup>3</sup>/с;

$\sigma$  – коефіцієнт втрат робочої рідини на перетікання з області високого тиску в область низького тиску із урахуванням зносу гідроциліндра ущільнювальної плити, м<sup>5</sup>/(Н·с);

$\delta_0$  – номінальний розмір зазора, м;

$u$  – знос гідроциліндра, мкм;

$\nu$  – кінематична в'язкість робочої рідини, м<sup>2</sup>/с;

$\rho_{PP}$  – густина робочої рідини, кг/м<sup>3</sup>;

$l$  – довжина кільцевого зазору, м;

$p_2, p_3$  – тиски відповідно на вході гідроциліндра та на виході гідроциліндра, Па.

Також модель містить нелінійну залежність сили пресування ТПВ від переміщення ущільнювальної плити:

$$F_{\text{ПР}} = \left[ 8,661 \cdot 10^4 + 2,037 \cdot 10^7 \left( \frac{x}{x_{\text{max}}} \right)^{12} \right] S_{\text{Пл}}, \quad (2)$$

де  $F_{\text{ПР}}$  – сила пресування ТПВ, Н;

$x$  – переміщення ущільнювальної плити, м;

$x_{\text{max}}$  – максимальне переміщення ущільнювальної плити, м;

$S_{\text{Пл}}$  – ефективна площа ущільнювальної плити, м<sup>2</sup>.

В результаті чисельного дослідження удосконаленої нелінійної математичної моделі роботи гідроприводу механізму ущільнення ТПВ у сміттєвозі, яка враховує знос гідроциліндра ущільнювальної плити, наведеної в роботі [33], отримано значення нелінійних функцій (1) та (2) в динаміці процесу ущільнення ТПВ. Результати дослідження наведено в табл. 1.

Дані табл. 1 оброблено за допомогою регресійного аналізу. Регресії проводились на основі лінеаризувальних перетворень, які дають змогу звести нелінійну залежність до лінійної. Визначення коефіцієнтів рівнянь регресії здійснювалось методом найменших квадратів [24] за допомогою розробленої комп'ютерної програми «RegAnaliz», яка захищена свідоцтвом про реєстрацію авторського права на твір [25] і детально описана в роботах [26, 27].

Таблиця 1 – Результати чисельного дослідження удосконаленої нелінійної математичної моделі роботи гідроприводу механізму ущільнення ТПВ

$t, \text{с}$	0	5	10	15	20	25	30	35
$\Delta\sigma_p \times 10^{-8}, \text{М/с}^3$	0	0,599	1,198	1,797	2,396	2,996	3,611	4,305
$F_{\text{ПР}}, \text{Н}$	78123	78123	78123	78123	78126	78166	78499	80226
$t, \text{с}$	40	45	50	55	60	65	70	73,6
$\Delta\sigma_p \times 10^{-8}, \text{М/с}^3$	5,196	6,161	6,975	7,714	8,427	9,131	9,834	10,337
$F_{\text{ПР}}, \text{Н}$	84733	89160	90997	91495	91613	91640	91645	91646

Програма «RegAnaliz» дає змогу проводити регресійний аналіз результатів однофакторних експериментів та інших парних залежностей із вибором кращого виду функції із 16 найпоширеніших варіантів за критерієм максимального коефіцієнту кореляції зі збереженням результатів в форматі MS Excel та Вітмар.

Результати регресійного аналізу наведено в табл. 2, де сірим кольором позначено комірки напроти виду регресії з максимальним значенням коефіцієнта кореляції  $R$ .

Таблиця 2 – Результати регресійного аналізу значень нелінійних функцій (1) та (2) в динаміці процесу ущільнення ТПВ

№	Вид регресії	Коефіцієнт кореляції $R$		№	Вид регресії	Коефіцієнт кореляції $R$	
		$\Delta\sigma p = f(t)$	$F_{\text{ТПВ}} = f(t)$			$\Delta\sigma p = f(t)$	$F_{\text{ТПВ}} = f(t)$
1	$y = a + bx$	0,99806	0,92357	9	$y = ax^b$	0,99601	0,26429
2	$y = 1 / (a + bx)$	0,42281	0,92373	10	$y = a + b \cdot \lg x$	0,39413	0,26274
3	$y = a + b / x$	0,39314	0,26181	11	$y = a + b \cdot \ln x$	0,39557	0,26411
4	$y = x / (a + bx)$	0,16960	0,91710	12	$y = a / (b + x)$	0,42281	0,92373
5	$y = ab^x$	0,42292	0,92378	13	$y = ax / (b + x)$	0,99601	0,26487
6	$y = ae^{bx}$	0,70742	0,92379	14	$y = ae^{b/x}$	0,99601	0,26335
7	$y = a \cdot 10^{bx}$	0,42292	0,92378	15	$y = a \cdot 10^{b/x}$	0,99601	0,26335
8	$y = 1 / (a + be^{-x})$	0,99798	0,26667	16	$y = a + bx^n$	0,97546	0,91608

Отже, за результатами регресійного аналізу на основі даних табл. 1 і 2, як найбільш адекватні остаточно прийнято такі регресійні залежності:

$$Q_B = \sigma_0 (p_2 - p_3) + (\alpha_\sigma + \beta_\sigma t) \cdot 10^{-8}; \quad (3)$$

$$F_{\text{ТПВ}} = 8,661 \cdot 10^4 S_{\text{Пл}} e^{\beta_p t}, \quad (4)$$

де  $\sigma_0$  – номінальний коефіцієнт втрат робочої рідини на перетікання з області високого тиску в область низького тиску,  $\text{м}^5/(\text{Н} \cdot \text{с})$ ;

$\alpha_\sigma = -0,3573$ ;  $\beta_\sigma = 0,1443$ ;  $\beta_p = 0,00217$  – емпіричні коефіцієнти, визначені за допомогою регресійного аналізу.

На рис. 1 показано фактичні та теоретичні графічні залежності апроксимованих нелінійних функцій.

Порівняння фактичних та теоретичних даних показало, що теоретичні значення апроксимованих нелінійних функцій, розраховані за допомогою рівнянь регресії (3), (4) несуттєво відрізняються від даних, наведених у табл. 1, що підтверджує визначену раніше точність отриманих залежностей на рівні 0,99806 та 0,92379 відповідно.

З рис. 1 видно, що різниця втрат робочої рідини на перетікання з області високого тиску в область низького тиску із урахуванням зносу гідроциліндра ущільнювальної плити та без його урахування в процесі ущільнення ТПВ зростає за лінійною залежністю, а сила пресування ТПВ в процесі їхнього ущільнення зростає за експоненціальною залежністю.

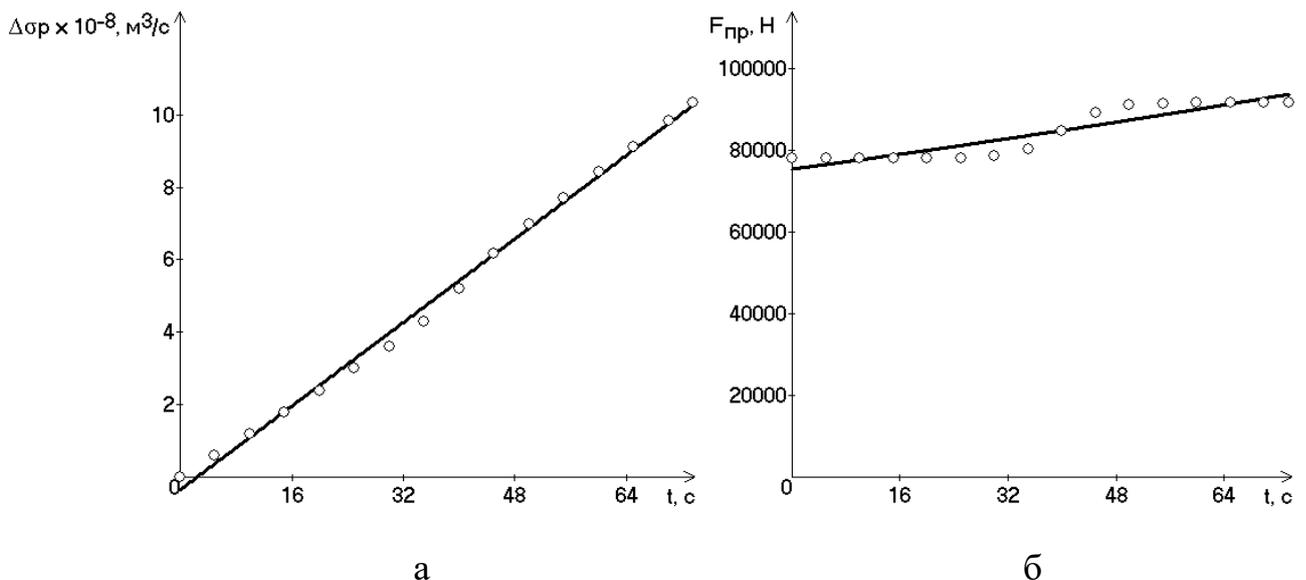


Рис. 1. Зміна різниці втрат робочої рідини на перетікання з області високого тиску в область низького тиску із урахуванням зносу гідроциліндра ущільнювальної плити та без його урахування (а) та сила пресування ТПВ (б) в процесі ущільнення ТПВ

Отже, отримано апроксимовані функції (3) та (4) нелінійних залежностей (1) та (2) відповідно, які можна використати для побудови лінеаризованої математичної моделі роботи гідроприводу вдосконаленого

механізму ущільнювальної плити сміттєвоза із урахуванням зносу її гідроциліндра.

### Література

1. Попович В.В. та ін. Ефективність експлуатації сміттєвозів у середовищі «місто – сміттєзвалище» // Науковий вісник НЛТУ України, 2017. – Т. 27. – № 10. – С. 111–116.
2. Kornylo I., Gnyr O. Scientific foundations in research in Engineering. Primedia eLaunch, 2022. 709 p.
3. Kazachiner O. et al. Theoretical foundations of pedagogy and education. International Science Group, 2022. 602 p.
4. Hladyshev D., Hnat H. Prospective directions of scientific research in engineering and agriculture. International Science Group, 2023. 464 p.
5. Azarenkov V. et al. Modern teaching methods in pedagogy and philology. Primedia eLaunch, 2023. 580 p.
6. Alieva M. et al. Conceptual options for the development and improvement of medical science and psychology. International Science Group, 2023. 117 p.
7. Савицький М. та ін. Педагогічні студії з підготовки будівельно-архітектурних фахівців: дидактичний та виховний аспекти. Дніпро: ПДАБА, 2022. – 483 с.
8. Kazachiner O., Boychuk Y. Theoretical and scientific foundations of pedagogy and education. International Science Group, 2022. 476 p.
9. Березюк О.В. Науково-технічні основи проектування приводів робочих органів машин для збирання та первинної переробки твердих побутових відходів: автореф. дис. д-ра техн. наук. Хмельницький, 2021. – 46 с.
10. Khrebtii H. et al. Innovative ways of improving medicine, psychology and biology. Primedia eLaunch, 2023. 305 p.
11. Boiko T. et al. Theoretical foundations of engineering. Tasks and problems. International Science Group, 2021. Vol. 3. 485 p.

12. Березюк О.В., Алексеев А.Є. Аналіз конструкцій та приводів робочих органів механізмів ущільнення твердих побутових відходів у сміттєвозі // Наукові праці ВНТУ, 2023. – № 4. – 9 с.

13. Козлов Л., Репінський С., Паславська О., Піонткевич О. Характеристики мехатронного приводу під час просторового руху маніпулятора // Наукові праці ВНТУ, 2017. – № 2. – 9 с.

14. Kozlov L., Polishchuk L., Piontkevych O. et al. Optimization of Design Parameters of a Counterbalance Valve for a Hydraulic Drive Invariant to Reversal Loads // Mechatronic Systems 1.: London, 2021. – P. 137–148.

15. Polishchuk L., Khmara O., Piontkevych O. et al. Dynamics of the conveyor speed stabilization system at variable loads // Informatyka, Automatyka, Pomiarы W Gospodarce i Ochronie Środowiska. 2022. No. 2(12). P. 60–63.

16. Лозінський Д. О. та ін. Оптимізація електрогідравлічного розподільника з незалежним керуванням потоків // Вісник машинобудування та транспорту, 2023. – № 17 (1). – С. 87–91.

17. Піонткевич О. В. та ін. Про лазерний технологічний комплекс на машинобудівному підприємстві // Вісник машинобудування та транспорту, 2022. – № 16 (2). – С. 96–100.

18. Березюк О. В. Математичне моделювання динаміки гідроприводу робочих органів завантаження твердих побутових відходів у сміттєвози // Вісник ВПІ, 2009. – № 4. – С. 81–86.

19. Піонткевич О. В. Математична модель гідроприводу фронтального навантажувача з гальмівним клапаном // Вісник машинобудування та транспорту, 2015. – № 2. – С. 83–90.

20. Березюк О. В. Дослідження динаміки гідроприводу робочих органів завантаження твердих побутових відходів у сміттєвози // Вісник ОДАБА, 2009. – № 33. – С. 403–406.

21. Kozlov L., Burennikov Yu., Piontkevych O., Paslavska O. Optimization of design parameters of the counterbalance valve for the front-end loader hydraulic

drive // Proceedings of 22nd International Scientific Conference «Mechanika 2017». Kaunas University of Technology, Lithuania, 19 May 2017. P. 195–200.

22. Савуляк В. І., Березюк О. В. Дослідження динаміки приводу плити для пресування твердих побутових відходів // Вісник Вінницького політехнічного інституту, 2002. – № 4. – С. 83–86.

23. Березюк О. В. Вібраційний гідропривод плити пресування твердих побутових відходів у сміттєвозах: дис. ... канд. техн. наук: 05.02.03. Вінниця, 2005. – 217 с.

24. Савуляк В. І., Березюк О. В. Стійкість гідроприводу пресування відходів // Удосконалення процесів і обладнання обробки тиском в металургії і машинобудуванні: Тематич. зб. наук. пр.: ДДМА, Краматорськ, 2004. – С. 53–56.

25. Савуляк В. І., Березюк О. В. Вплив матеріалів напрямних плит для пресування відходів на динаміку гідроприводу // Вібрації в техніці та технологіях, 2003. – № 3. – С. 52–54.

26. Березюк О. В. Аналітичне дослідження вдосконаленої математичної моделі вібраційного приводу доущільнення ТПВ у сміттєвозі // Наукові праці Вінницького національного технічного університету, 2020. – № 1. – 11 с.

27. Березюк О. В. Визначення залежності тиску пресування твердих побутових відходів від основних параметрів процесу на основі планування багатофакторного експерименту // Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут»: НТУ «ХПІ», 2009. – № 25. – С. 131–136.

28. Березюк О. В. Планування багатофакторного експерименту для дослідження вібраційного гідроприводу ущільнення твердих побутових відходів // Вібрації в техніці та технологіях, 2009. – № 3 (55). – С. 92–97.

29. Березюк О.В. Вплив основних параметрів вібраційного гідроприводу на показники вібрації в процесі ущільнення твердих побутових відходів // Механіка і фізика руйнування будівельних матеріалів та конструкцій: Збірник наукових праць. – Львів: Каменяр, 2009. – № 8. – С. 380–387.

30. Березюк О. В. Привод зневоднення та ущільнення твердих побутових відходів у сміттєвозі // Вісник машинобудування та транспорту, 2016. – № 2. – С. 14–18.

31. Bereziuk O. V., Savulyak V. I., Kharzhevskiy V. O., Alekseev A. Ye. Determination of the regularity of the rate of wear of the working hydraulic cylinder of the mechanism of the sealing plate of the garbage truck from the pressing force // Problems of Tribology, 2024. – No. 29(1/111). – P. 38–44.

<https://doi.org/10.31891/2079-1372-2024-111-1-38-44>

32. Bereziuk O. V., Savulyak V. I., Kharzhevskiy V. O., Alekseev A. Ye. Dependence of wear intensity on the coating material of the hydraulic cylinder of the garbage truck's sealing plate // Problems of Tribology, 2024. – No. 29 (4/114). – P. 40–46. <https://doi.org/10.31891/2079-1372-2024-114-4-40-46>

33. Bereziuk O. V., Savulyak V. I., Kharzhevskiy V. O., Alekseev A. Ye. Improved mathematical model of the hydraulic drive of the garbage truck's sealing plate mechanism taking into account the wear of its hydraulic cylinder // Problems of Tribology, 2025. – No. 30 (2/116). – P. 34-41.

<https://doi.org/10.31891/2079-1372-2025-116-2-34-41>

34. Михалевич В. М., Шевчук О. І., Буга Н. Л. Математичні системи комп'ютерної алгебри як засіб підвищення ефективності і якості освітнього процесу з вищої математики // Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання у підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми: зб. наук. праць: Випуск 14. – Київ–Вінниця: ДОВ «Вінниця», 2007. – С. 357–360.

35. Березюк О. В. Комп'ютерна програма «Регресійний аналіз» («RegAnaliz»). Свідоцтво про реєстрацію авторського права на твір № 49486. – Київ: Державна служба інтелектуальної власності України. Дата реєстрації: 03.06.2013.

36. Березюк О. В. Встановлення регресій параметрів захоронення відходів та потреби в ущільнювальних машинах на основі комп'ютерної програми «RegAnaliz» // Вісник Вінницького політехнічного інституту, 2014. – № 1. – С. 40–45.

37. Bereziuk O. V. Determination of the regression of the solid waste compaction factor on the height of the polygon on the base of the computer program «RegAnaliz» // Automation of technologies and productions, 2015. – No. 2 (8). – P. 43–45.



**ABSTRACT.** The article addresses the topical issue of assessing the technical condition of the hydraulic drive in refuse collection vehicles (RCVs) operating under significant wear conditions. The study focuses on the process of working fluid losses through clearances in the hydraulic cylinder of the waste compaction mechanism. Based on a non-linear mathematical model of hydraulic drive dynamics, the dependence of volumetric fluid losses on the hydraulic cylinder's wear is approximated. Using the least squares method and the "RegAnaliz" software developed by the authors, a power regression model was obtained. The results allow for predicting the efficiency of the compaction mechanism and determining the critical wear limits of hydraulic equipment in municipal vehicles.

**KEYWORDS:** refuse collection vehicle, compaction plate, hydraulic cylinder, wear, working fluid, approximation, regression analysis.